355. 多元環ノIdealノ最小公倍數，最大公約數，V

中山　正（阪大）

前稿IVノ最後ニ二ツノMaximalordnung $\mathfrak{o}_0$, $\mathfrak{o}_1$ ノ互ニzusammengehörigナ両側Ideal $\mathfrak{a}_0$, $\mathfrak{a}_1$ ノDurchschnitt $\mathfrak{a}_0 \cap \mathfrak{a}_1$ ガOrdnung $\mathfrak{o}_0 \cap \mathfrak{o}_1$ ニ對シテ持ツ意義ニツイテ觸レカケタガ，ソレハ次ノコトデアル。

<u>$\mathfrak{o}_0 \cap \mathfrak{o}_1$ ノ両側Ideal $\mathfrak{b}$ ガ $\mathfrak{b}\mathfrak{b}^{-1} = \mathfrak{b}^{-1}\mathfrak{b} = \mathfrak{o}_0 \cap \mathfrak{o}_1$ ヲ満足スルナラバ $\mathfrak{b}$ ハ $\mathfrak{o}_0$, $\mathfrak{o}_1$ ノ適當ナ互ニzusam-</u>

mengehörig ナ $\mathfrak{o}_0, \mathfrak{o}_1$ ニヨツテ $\mathfrak{G}=\mathfrak{o}_0\frown\mathfrak{o}_1$ ナル形ニカケル。

（多元環ニ於ケル Ideal ノ逆 Ideal ノ定義ハ Deuring: Algebren 72頁参照）

逆ハ勿論成立スル。

証明ハトモカク $\mathfrak{G}$ ノ両側ノ Ordnung ガ共ニ丁度 $\mathfrak{O}_0\frown\mathfrak{O}_1$ デナケレバナラヌコトハ明カデアルカラ，$\mathfrak{O}_0\frown\mathfrak{O}_1$ ノソノヤウナ Ideal ノ一般ノ形ヲマヅ決メル。ソレニハ $\mathfrak{O}_0, \mathfrak{O}_1$ ヲ，ヤハリ今マデ度々使ッタヤウナ形ニ表ハシテ

$$\mathfrak{O}_0=\sum_{i,k=1}^{r}\mathfrak{o}_D\varepsilon_{ik},\quad \mathfrak{O}_1=\sum\mathfrak{o}_D\varepsilon_{ik}\pi^{\rho_k-\rho_i};$$

$$\rho_1\leqq\rho_2\leqq\cdots\cdots\leqq\rho_k$$

$$\mathfrak{O}_0\frown\mathfrak{O}_1=\sum\mathfrak{O}_D\varepsilon_{ik}\pi^{\mathrm{Max}(0,\rho_k-\rho_i)}$$

トスル（証明ハヤハリ im Kleinen デヤレバヨイ）. $\mathfrak{G}$ ヲ $\mathfrak{O}_0\frown\mathfrak{O}_1$ ノ両側 Ideal トスレバ容易ニ計算サレルゴトク

$$\mathfrak{G}=\sum\mathfrak{O}_D\pi^{a_{ik}}\varepsilon_{ik}\begin{cases} j\geqq i \text{ ナラ } & \rho_j-\rho_i\geqq a_{ik}-a_{jk}\ (k\text{ハ任意}) \\ \quad〃 & \rho_j-\rho_i\geqq a_{kj}-a_{ki}\ (\quad〃\quad) \end{cases}$$

トナル．更ニ $\mathfrak{G}$ ノ両側ノ Ordnung ガ丁度 $\mathfrak{O}_0\frown\mathfrak{O}_1$ ナリトスレバ

1) $a_{1j}-a_{1i}=a_{ir}-a_{jr}=\rho_j-\rho_i,$

$a_{rj}-a_{ri}=a_{i1}-a_{j1}=0$

又ハ

2) $a_{1j}-a_{1i}=a_{ir}-a_{jr}=0,$

$$a_{rj}-a_{ri}=a_{i1}-a_{j1}=\rho_j-\rho_i$$

ノイヅレカ一方＝ナルコトガワカル、而シテ更＝

$\mathfrak{G}\mathfrak{G}^{-1}=\mathfrak{O}_0\cap\mathfrak{O}_1$ ナル條件ヲ入レルト 1) デアツテ，然カモ

$a_{11}=a_{22}=\cdots\cdots=a_{rr}$ デナケレバナラヌコトガワカリ，

從ツテ，ドノ a_{ik} モ

$$a_{ik}=a_{11}+Max(0,\rho_k-\rho_i),$$

スナハチ $\mathfrak{G}=\pi^{a_{11}}\mathfrak{O}_0\cap\pi^{a_{11}}\mathfrak{O}_1$ トナツテ主張ガ証明サレル。

ナホ一，二注意ヲ述ベルナラバ，$\mathfrak{O}_0\cap\mathfrak{O}_1$ ノ両側 Ideal ノ一方（右又ハ左）ノ Ordnung ガ丁度 $\mathfrak{O}_0\cap\mathfrak{O}_1$ ＝ナルナラバ他方モソウデアル。 マタソノ様ナ二ツノ両側 Ideal ノ積ハマタソノ様ナ性質ヲ有スルノデアリマス、シカシナガラ多元環ノ一般ノ Ordnung ＝関シテハ殆ンド何モ知ラレテヰナイ様＝思ヒマスノデ、コレ等ノ事ガ一般ノ Ordnung ＝對シテ成立ツノカドウカ等モワカラズ、從ツテドンナ意味ヲ持ツノカ等モ何モワカリマセン、ソレ＝余リ特殊ナ事柄＝スギマセンカラ、コノ辺デ終ルコト＝シマス。